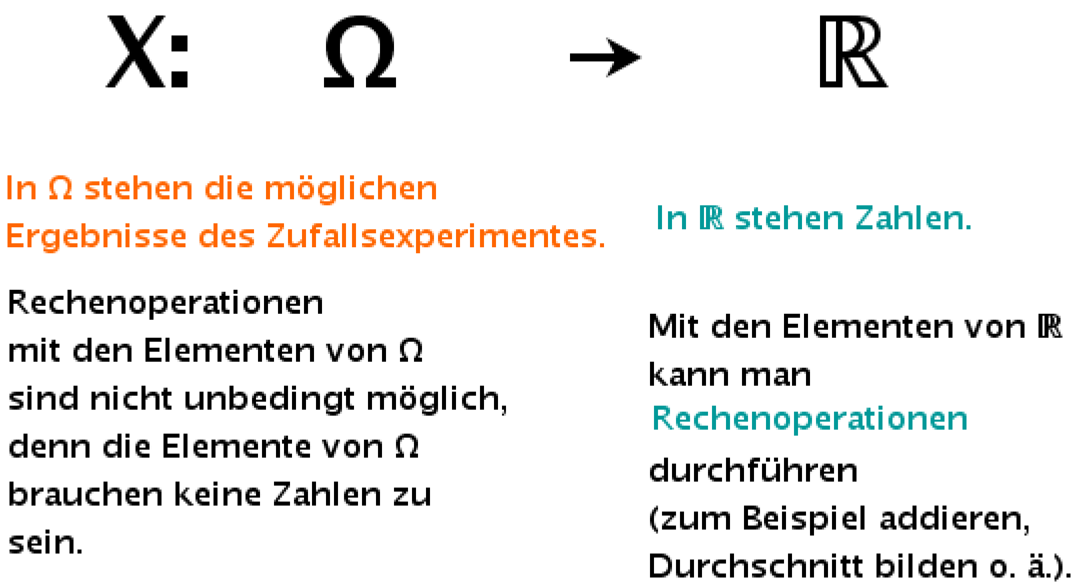
Zufallsgröße

Eine Zufallsgröße, auch **Zufallsvariable** genannt, ist eine Funktion, die den Elementen einer Ergebnismenge eines Zufallsexperimentes reelle Zahlen zuordnet.



Üblicherweise werden Zufallsgrößen mit Großbuchstaben und die einzelnen Werte mit Kleinbuchstaben notiert.

Da die Werte einer Zufallsgröße reelle Zahlen sind, kann man für Zufallsgrößen charakteristische "Kennzahlen" wie Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung definieren und berechnen.

Diskrete Zufallsgröße

Diskrete Zufallsgrößen können **nur endlich viele Werte** annehmen. Zum Beispiel:

- Die Anzahl der an einem Tag anwesenden Schüler in einer Klasse
- Die Augenzahl bei einem Würfelwurf

Schreibweise für die Wahrscheinlichkeit

Um anzugeben, dass die Zufallsgröße X mit der Wahrscheinlichkeit p den Wert k annimmt, schreibt man

$$P(X=k)=p$$

Beispiel

Ein Spieler wirft zwei unterscheidbare Münzen.
Der Ergebnisraum ist also $\Omega=\{(\text{Kopf (K)};\text{Zahl (Z)}),(Z;K),(K;K),(Z;Z)\}$

Die Zufallsgröße X ordnet jetzt zum Beispiel jedem dieser Ergebnisse die Anzahl der vorkommenden "Kopf-Würfe" zu. Also
$X((Z;K))=1$

$X((K;Z))=1$

$X((K;K))=2$

$X((Z;Z))=0$

Die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse sind die folgenden drei:
$P(X=1)=12$
$P(X=2)=14$
$P(X=0)=14$

Stetige Zufallsgröße

Eine Zufallsgröße heißt stetig, wenn sie keine Lücken hat, also alle Werte in einem Intervall annehmen kann. Zum Beispiel:

- Die Körpergröße eines Menschen
- Die Verspätung einer U-Bahn

Wahrscheinlichkeit

Da eine stetige Zufallsvariable in einem Intervall **unendlich viele Werte** annehmen kann, schrumpft die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein bestimmter Wert in diesem Intervall eintritt, auf 0.
Stattdessen kann man aber angeben, wie hoch die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass die Zufallsvariable X höchstens den Wert k annimmt. Ist die Wahrscheinlichkeit dafür zum Beispiel p, so schreibt man
$P(X\leq k)=p$.

Beispiel

Beim Abfüllen von 500g Kaffee in Kaffeepackungen können Fehler auftreten. Die Zufallsvariable X, welche das Gewicht in Gramm angibt, kann also alle Werte von 0 bis ∞ annehmen. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% liegen die Werte aber zwischen 495g und 505g. Man schreibt:
$P(495 \le X \le 505) = 0{,}95$

Ausprägungen einer Zufallsgröße

Die verschiedenen Werte, die die Zufallsgröße annehmen kann, bezeichnet man als die **Ausprägungen** der Zufallsgröße.

Beispiel

Die Zufallsgröße X, die bei einem zweimaligen Würfelwurf jedem Ereignis die Summe der Augenzahlen zuordnet, hat die Ausprägungen 2, 3, 4, 5, ..., 11, 12.

Stetige Zufallsgrößen in diskrete umwandeln

Man kann aus jeder stetigen Zufallsgröße eine diskrete machen, indem man **Teilintervalle jeweils einer konkreten Zahl zuordnet**.

Beispiel

Die Verspätung einer U-Bahn kann man als stetige Zufallsgröße betrachten. Hier wäre $\Omega = [0 \text{ Sekunden}, \infty \text{ Sekunden}[$. Die Zufallsvariable X hätte die Ausprägung $[0, \infty[$. Um X in eine diskrete Zufallsvariable umzuwandeln, teilt man dieses Intervall in kleinere Intervalle und ordnet diesen konkreten Zahlen zu. Also

$$X(x)=\{1, \quad \text{wenn} 0\le x<60 2, \quad \text{wenn} 60\le x<120 3, \quad \text{wenn} 120\le x<180 4, \quad \text{wenn} 180\le x<240 5, \quad \text{wenn} 240\le x$$

Verteilungsfunktion

Die Verteilungsfunktion F_X einer Zufallsgröße X ordnet jeder Zahl k aus $\mathbb{R}$ die Wahrscheinlichkeit zu, mit der X höchstens den Wert k annimmt.
Man schreibt:
$F_X(k) := P(X \le k)$

Übungsaufgaben Zufallsgröße

Weitere Aufgaben zum Thema findest du im folgenden Aufgabenordner:
Aufgaben zu Zufallsgrößen und Verteilungsfunktion

Du hast noch nicht genug vom Thema?

Hier findest du noch weitere passende Inhalte zum Thema:

Artikel

- Verteilungsfunktion
- Standardabweichung
- Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Varianz
- Erwartungswert